Maths pour l'Info 1

– L1 –
2013-2014

TD n° 3: codes et codages

► **Exercice 1** ◄ Parmi les ensembles suivants sur $\{0,1\}$, lesquels sont des codes, des codes préfixes, des codes suffixes ? Pour ceux qui sont des codes, permettent-ils d'écrire tous les mots ?

- $E_1 = \{0, 10\}$
- $E_2 = \{0, 11, 100, 101\}$
- $E_3 = \{001, 100, 101\}$
- $E_4 = \{01, 10, 101\}$
- $E_5 = \{0, 011, 10\}$
- $E_6 = \{0^n 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$

► **Exercice 2** ◄ On considère le message suivant :

$$m = tacuitracriatuactaura$$

a. Quelle sera la taille du codage du message en code ASCII ?

b. Quelle sera la taille minimale du codage du message en code de longueur fixe ?

c. Appliquez le procédé de Huffman et proposez un code pour représenter le message. Ecrivez le codage associé au message. Quelle est sa taille ?

d. Montrez qu'on peut obtenir plusieurs codages différents mais que la longueur du message une fois codé reste la même.

► **Exercice 3** ◄ On considère le codage de Huffman suivant :

$$\begin{array}{lll} a \mapsto 1 & b \mapsto 011 & c \mapsto 000 \\ r \mapsto 010 & t \mapsto 001 & \end{array}$$

Décodez le message $m = 011101000110111000$. On suppose qu'une erreur a été commise en transmettant m et que le 4eme bit a été transformé en 0. Quel devient le nouveau décodage du message ?

► **Exercice 4** ◄ On considère une source qui émet continument des 0 avec une probabilité $p_0 = \frac{1}{4}$ et des 1 avec une probabilité $p_1 = \frac{3}{4}$. On désire utiliser la méthode de huffman pour compresser l'information reçue. Pour cela on regroupe par blocs de 2 bits 00, 01, 10 et 11. On calcul la probabilité que chaque bloc apparaisse et on applique la méthode de Huffman. Quel est le taux moyen de compression (taille moyenne du message compressé/bit de la source) ?

On regroupe maintenant les bits 3 par 3. Quel est le taux moyen de compression ?

► **Exercice 5** ◄ On rappelle que les nombres premiers plus petits que 100 sont : 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 et 97. On considere le mot u, de longueur 100, sur l'alphabet binaire $B = \{0,1\}$ dont les lettres sont $u_1 u_2 \cdots u_{100}$, avec $u_i = 1$ si i est un nombre premier et 0 sinon.

Remarque : il n'est pas nécessaire d'écrire le mot en entier pour répondre aux questions suivantes.

On découpe le mot en blocs de taille 2, de la forme $u_{2n-1}u_{2n}$, pour $n \geq 1$. Indiquez le nombre d'occurrences de chacun de ces blocs dans u (attention au début du mot avec la particularité de 2). Construisez un arbre de Huffman sur les blocs de longueur 2. Quelle sera la taille du message une fois compressé par la méthode d'Huffman?