

# PLAN DU COURS

## MAT1260 Groupe 010 - Algèbre linéaire II

Hiver 2016  
(du 9 janvier au 28 avril 2017)

**Cours:** lundi et vendredi, de 9h00 à 10h30, local SH-2120  
**Démos:** vendredi, 10h30 à 12h30, local SH-2120

**Professeur:** Francesco Dolce

**Bureau:** PK-4130 (disponible sur rendez-vous)

**Courriel:** francesco.dolce@lacim.ca

**Page internet du cours:** <http://lacim.uqam.ca/~francesco.dolce/ens/1617/mat1260.php>

**Auxiliaire d'enseignement:** Nadia Lafrenière (nadia.l@lacim.ca)

---

**Objectifs du cours:** Étude approfondie des espaces vectoriels et euclidiens de dimension finie et de leurs applications linéaires.

**Contenu du cours:** Espace vectoriel abstrait: sous-espaces engendrés, intersection, somme, dépendance linéaire, bases, dimension; somme directe de sous-espaces vectoriels. Applications linéaires: Noyau, image, théorème du rang, isomorphisme. Représentation matricielle, formule de changement de base. Notion d'application multilinéaire. Déterminant d'applications linéaires: le déterminant comme application multilinéaire alternée, propriétés fondamentales, invariance sous conjugaison, formule de Leibniz et unicité, développement de Laplace. Réduction des endomorphismes: polynôme caractéristique, sous-espaces propres et diagonalisation d'un endomorphisme, polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton, sous-espaces caractéristiques et triangularisation des endomorphismes, nilpotence, forme de Jordan (énoncé et calculs explicites), exponentielle de matrices. Espaces euclidiens: orthogonalité, bases orthonormales, orthogonalisation de Gram-Schmidt, projections orthogonales, isométries et groupe orthogonal, isométries du plan et de l'espace. Formes bilinéaires et quadratiques, classification dans le cas réel ou complexe.

**Préalable:** Le cours « MAT1250 - Algèbre linéaire I » est préalable à ce cours.

**Calendrier (tentative):**

**9 janvier** Présentation de l'entente d'évaluation.

**Semaine 1 (9 et 13 janvier)** Espaces vectoriels sur un corps  $\mathbb{K}$ . Combinaisons linéaires. Sous-espaces vectoriels. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels.

**Semaines 2 (16 janvier)** Sous-espaces vectoriels engendrés par une partie. Supplémentaires et somme directe de sous-espaces vectoriels. Espace dual.

**Semaines 3 (23 et 27 janvier)** Bases et indépendance linéaire. Complétion de base.

**Semaines 4 (30 janvier et 3 février)** Dimension. Sous-espaces vectoriels en dimension finie. Changement de bases et matrices.

**Semaines 5 (6 et 10 février)** Applications linéaires. Formes linéaires, endomorphismes, homothéties, projections et symétries. Applications linéaires et somme directe de sous-espaces vectoriels.

**Semaines 6 (13 et 17 février)** Isomorphismes et automorphismes. Noyau et image. Isomorphisme avec  $\mathbb{K}^n$  en dimension finie  $n$ . Choix d'une base et matrice associée à une application linéaire.

**Semaine 7 (20 et 24 février)** Changement de bases et matrice d'une application linéaire. Déterminants, trace et formes multilinéaires alternées.

**du 27 février au 3 mars** *Semaine de lecture.*

**Semaine 8 (6 mars)** Questions/révisions.

**10 mars** Examen de mi-session.

**Semaine 9 (13 et 17 mars)** Réduction des endomorphismes. Valeurs et vecteurs propres, diagonalisation d'un endomorphisme.

**Semaine 10 (20 et 24 mars)** Diagonalisation et trigonalisation.

**Semaine 11 (27 et 31 mars)** Polynôme d'un endomorphisme. Théorème de Hamilton-Cayley. Sous-espaces caractéristiques.

**Semaine 12 (3 et 7 avril)** Polynôme minimal. Décomposition de Dunford. Forme de Jordan.

**Semaine 13 (10 avril)** Produit scalaires et espaces euclidiens. Généralisation: forme quadratique, espace quadratique.

**Semaine 14 (21 avril)** Formes bilinéaires et formes quadratiques. Classification des formes quadratique dans le cas réel et complexe.

**Semaine 15 (24 avril)** Questions/révisions;

**28 avril** Examen final.

**Références:** Il n'y aura pas de manuel de référence obligatoire pour ce cours. Le cours sera élaboré à partir de divers ouvrages bibliographiques. La prise de notes de cours en classe est alors très importante. Il y a une immense littérature sur le sujet. On pourra par exemple consulter les livres suivants:

1. F. Liret, D. Martinais, *Algèbre 1ère année*, 2ème édition, Dunod (2003), Chapitres 6 et 7.
2. F. Liret, D. Martinais, *Algèbre 2ème année*, 2ème édition, Dunod (2003), Chapitres 2, 3, 4, 6, 7 et 10.

**Évaluation:** L'évaluation sera discutée au premier cours. La proposition initiale est d'avoir deux examens de deux heures et demie. Le premier examen aura lieu le 10 mars 2017 de 9h00 à 11h30, et le deuxième aura lieu le vendredi 28 avril 2017, de 9h00 à 11h30. Les étudiant(e)s auront aussi à faire  $n$  devoirs<sup>1</sup>. La note finale sera sur 100 et sera calculée de la façon suivante:

$$\text{Note finale} = \max \left\{ \frac{1}{2}(I + F), \frac{3}{5}\left(\frac{I + F}{2}\right) + \frac{2}{5} \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{n} \right\}$$

où

- $I$  (Intra) désigne le résultat sur 100 à l'examen de mi-session,
- $F$  (Final) désigne le résultat sur 100 à l'examen final,
- $D_j$  (j-ème Devoir) désigne le résultat sur 100 au i-ème devoir.

La conversion note sur 100 / lettres est donnée dans la grille suivante:

$\leq 49$	50-53	54-56	57-59	60-64	65-69	70-72	73-76	77-79	80-84	85-89	$\geq 90$
$E$	$D$	$D+$	$C-$	$C$	$C+$	$B-$	$B$	$B+$	$A-$	$A$	$A+$

**Intégrité académique, plagiat et harcèlement sexuel:** En ce qui concerne le respect de l'intégrité académique, le règlement sur les infractions de nature académique (plagiat) et la politique sur le harcèlement sexuel, voir les trois documents en pièce jointe.

<sup>1</sup>Le nombre de devoirs sera décidé le long du cours et peut varier entre 2 et 10