



Mots sturmiens



Jacques Charles François Sturm

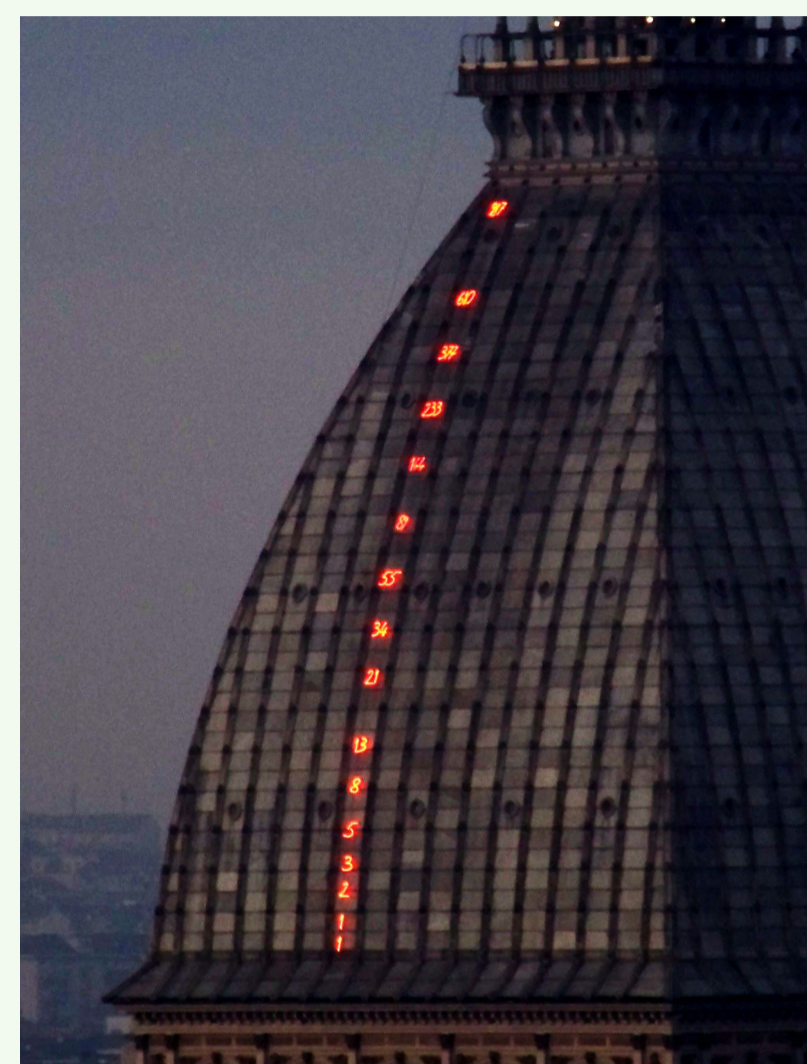
Un mot infini sturmien possède exactement $n+1$ facteurs (blocs de symboles consécutifs) de longueur n [1]. Les facteurs d'un mot sturmien constituent un ensemble sturmien.

Mots et ensembles sturmiens sont étudiés dans plusieurs domaines : combinatoire des mots, systèmes dynamiques symboliques, théorie des fractales, algèbre, théorie des codes, etc. Un projet collectif en cours depuis 2011 vise à mieux comprendre toutes ces interactions.

L'exemple le plus connu de mot sturmien est le mot de Fibonacci.

Deux façons pour le calculer :

- comme point fixe d'un morphisme primitif φ ,
- comme limite d'une suite f_n [1].



Suite numérique de Fibonacci sur la Mole Antonelliana (Turin, Italie).



Leonardo Fibonacci

$$\varphi : A^* \rightarrow A^* \quad \begin{cases} f_{-1} = b \\ f_0 = a \\ f_{n+2} = f_{n+1}f_n \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &\mapsto ab \\ b &\mapsto a \end{aligned}$$

$$x = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n = \varphi^\omega(a) = abaababaabaabaabaabaabaabaabaab\dots$$

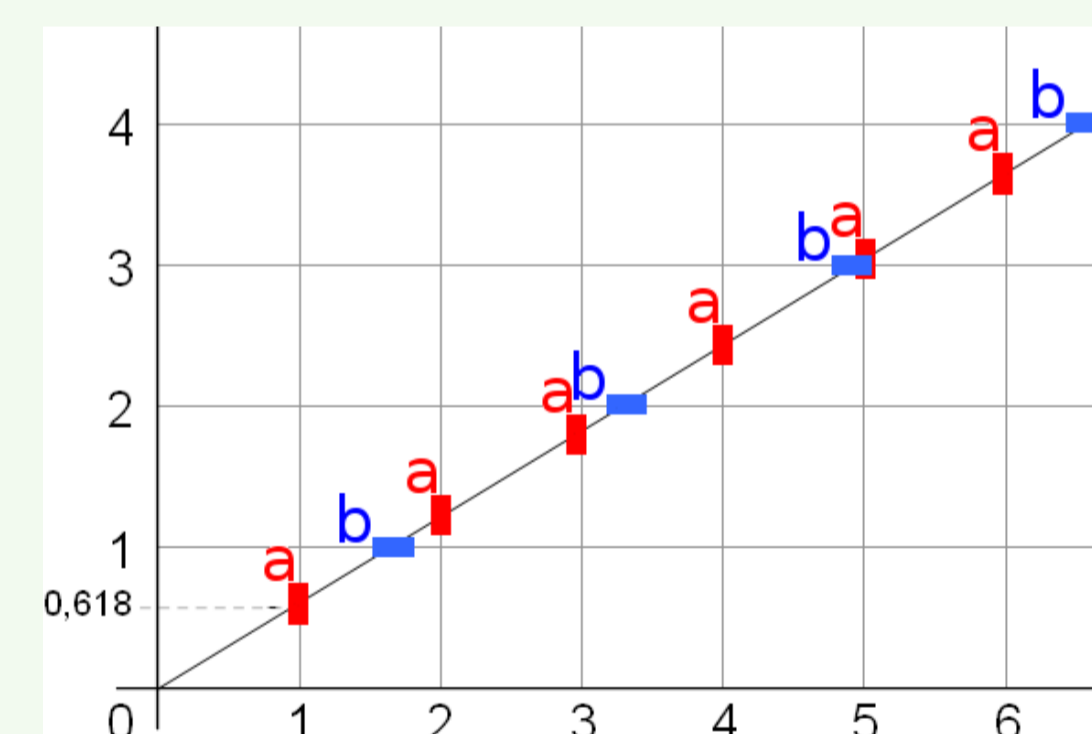
Le terme « sturmien » a été attribué par Gustav Hedlund et Marston Morse en l'honneur du mathématicien Charles Sturm [2].



Marston Morse



Gustav Hedlund



On peut obtenir un mot sturmien comme une suite de coupures en codant les intersections d'une droite (de pente irrationnelle) avec la grille entière [1].

A partir des facteurs de longueur n du mot de Fibonacci on peut obtenir tous les mots de longueur n dans le groupe libre [3] (cas particulier du Théorème de la base d'indice fini [4]).

Bibliographie

- [1] M. Lothaire, *Algebraic Combinatorics on Words*, Cambridge University Press, 2002
- [2] Marston Morse, Gustav A. Hedlund, Symbolic dynamics II. Sturmian trajectories, *Amer. J. Math.*, 62:1-42, 1940
- [3] J. Berstel, C. De Felice, D. Perrin, C. Reutenauer, G. Rindone, Bifix codes and Sturmian words, *J. Algebra*, 369:146-202, 2012
- [4] V. Berthé, C. De Felice, F. Dolce, J. Leroy, D. Perrin, C. Reutenauer, G. Rindone, The finite index basis property, arxiv.org/abs/1305.0127, 2013



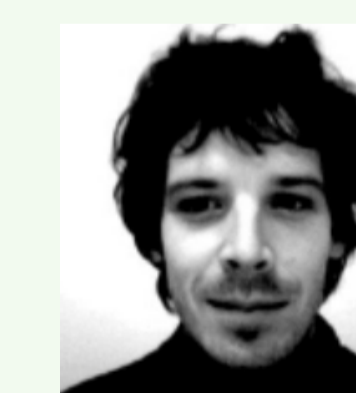
Jean Berstel



Valérie Berthé



Clelia De Felice



Vincent Delecroix



Francesco Dolce



Julien Leroy



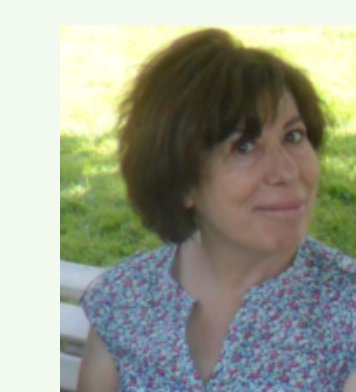
Dominique Perrin



Antonio Restivo



Christophe Reutenauer



Giuseppina Rindone

Contact : Jean Berstel, Francesco Dolce, Dominique Perrin, Giuseppina Rindone